

第7章 リスク、リターン、資本コスト入門 (175p~213p)

2012年5月23日

担当：蔵田

7.1 1世紀を超える資本市場の歴史の一つの簡単な教訓

- 1、財務省証券のポートフォリオ
 - 2、長期国債のポートフォリオ
 - 3、企業の普通株式のポートフォリオ
- リスクが異なる
→収益率が異なる

➤ 算術平均と年率複利の収益率

- $PV = \frac{110}{1.1} = 100$ ドル
- 算術平均： $\frac{-10+10+30}{3} = 10\%$
- 年率複利： $(0.9 \times 1.1 \times 1.3)^{\frac{1}{3}} - 1 = 8.8\%$

教訓 資本コストを過去の収益率もしくはリスクプレミアムから推定する場合には、年率複利ではなく、算術平均を用いなければならない。

➤ 過去のデータから現在の資本コストを計算する

$$\text{市場収益率}(r_m) = \text{無リスク金利}(r_f) + \text{リスクプレミアム}$$

過去のデータに基づいてリスクプレミアムを計算すると、現在の投資家が求めるリスクプレミアムより高いプレミアムが計算される可能性がある。

➤ リスクプレミアムを計測するもう一つの方法

- 定率成長モデル(第4章)
株価：配当の伸びと歩調を合わせると期待される
期待収益率 = 配当利回り + 配当の平均増加率
→ 無リスク金利との差がリスクプレミアム(実際の数値とは異なる)
→ 投資家は期待収益率がわからない

7.2 ポートフォリオ・リスクの計測

- (1)どのようにしてリスクを測るのか
- (2)とったリスクとこれに対応して求められるリスクプレミアムの関係

➤ 分散と標準偏差

市場収益率の分散：期待収益率からの乖離の2乗について期待値をとったもの

※ \tilde{r}_m = 実際の収益率、 r_m = 期待収益率 とすると、

$$\text{分散}(\tilde{r}_m) = (\tilde{r}_m - r_m)^2 \text{の期待値}$$

$$\tilde{r}_m \text{の標準偏差} = \sqrt{\text{分散}(\tilde{r}_m)}$$

※分散 = σ^2 、標準偏差 = σ と表される。

例1 100ドルを投資し、二つのコインを投げる。

表が出ると投資額に20%加えた額が得られ、裏が出ると投資額から10%差し引かれる。

$$\text{期待収益率} = (0.25 \times 40) + (0.5 \times 10) + (0.25 \times -20) = 10\%$$

$$\text{分散} = (40 - 10)^2 \times 0.25 + (-20 - 10)^2 \times 0.25 = 450$$

$$\text{標準偏差} = \sqrt{450} \doteq 21\%$$

→このゲームの結果の変動の大きさは21%

例2 100ドルを投資し、二つのコインを投げる。

表が出ると投資額に35%加えた額が得られ、裏が出ると投資額から25%差し引かれる。

$$\text{期待収益率} = (0.25 \times 70) + (0.5 \times 10) + (0.25 \times -50) = 10\%$$

$$\text{分散} = (70 - 10)^2 \times 0.25 + (-50 - 10)^2 \times 0.25 = 1800$$

$$\text{標準偏差} = \sqrt{1800} \doteq 42\%$$

→このゲームの結果の変動の大きさは42%

→例2は例1の2倍のリスクがある

➤ 変動の大きさの計測

確率の値は過去の変動の大きさを調べる

- 分散投資はどのようにリスクを減少させるのか
- 別々の株式の価格が全く一緒に動くわけではない
→分散投資は変動の大きさを縮小させる（リスクを軽減できる）
 - 個別リスク：個々の企業をとりまく危険な要素の多くが、それぞれの企業あるいはその直接の競争企業に特有のものであるという事実から生じる。
 - 市場リスク：すべての企業を脅かす、経済全体についての危険な要素が存在するという事実から生じる。

7.3 ポートフォリオ・リスクの計算

分散投資の利点

- ポートフォリオの期待収益率＝加重平均
$$=(0.60 \times 10\%) + (0.40 \times 15\%) = 12\%$$
- ポートフォリオのリスク＝加重平均
$$=(0.60 \times 18.2\%) + (0.40 \times 27.3\%) = 21.8\%$$

→これは二つの株価が完全に一致した足取りで動く場合のみ正しい

実際は…

※ σ^2 = 収益率の分散、 x = 投資割合、 $\sigma_{12} = \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2$ = 共分散

共分散：二つの株式が「ともに変動する」程度についての尺度

相関係数(ρ_{12})：正の完全相関を1、負の完全相関を-1として、2変数の線形関係の強さを測るもの

- ポートフォリオの分散 = $x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2 + 2(x_1 x_2 \sigma_{12})$
$$= x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2 + 2(x_1 x_2 \rho_{12} \sigma_1 \sigma_2)$$

$$= (0.6)^2 \times (18.2)^2 + (0.4)^2 \times (27.3)^2 + 2(0.6 \times 0.4 \times \rho_{12} \times 18.2 \times 27.3)$$

$$\doteq 238.5 + 238.5 \rho_{12}$$

☆ $\rho_{12} = 1$ のとき、ポートフォリオの分散 = 477

ポートフォリオの標準偏差 = $\sqrt{477} \doteq 21.8\%$

- ポートフォリオ・リスクの一般的計算式

$$\text{ポートフォリオの分散} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{ij}$$

- 分散投資の限界

- N個の株式に同額ずつ投資したポートフォリオ

$$\begin{aligned} \text{ポートフォリオの分散} &= N \left(\frac{1}{N} \right)^2 \times \text{分散の平均} + (N^2 - N) \left(\frac{1}{N} \right)^2 \times \text{共分散の平均} \\ &= \frac{1}{N} \times \text{分散の平均} + \left(1 - \frac{1}{N} \right) \times \text{共分散の平均} \end{aligned}$$

→N(株式数)が増えるにつれて、ポートフォリオの分散は共分散の平均に近づく。

→市場リスクとは、共分散の平均であり、完全に分散投資が行なわれたとしても根底に残存するリスクである。

7.4 個々の証券がポートフォリオのリスクに与える影響

十分に分散化されたポートフォリオのリスクは、そのポートフォリオに含まれる証券の市場リスクによって決まる。

- 市場リスクはベータで測られる

- **ベータ(β)**：証券が市場に動きに対して有する感応度

すべての株式のβの平均は1

$\beta \geq 1$ …市場全体の動きを増幅する傾向

$0 \leq \beta \leq 1$ …市場と同方向だが、市場の動きほど大きくは動かない

$0 \geq \beta$ …市場と逆方向の動きをする

- なぜ証券のベータがポートフォリオのリスクを決めるのか

証券のリスクとポートフォリオのリスクについての二つの重要なポイント

- 十分に分散投資されたポートフォリオのリスクの大部分は、市場リスクである。

- 個々の証券のベータは、その証券の市場の動きに対する感応度を測っている。

→ポートフォリオとの関係では、証券のリスクはベータによって測られる

説明1 根底に残存するリスクとは何か

→ポートフォリオに含まれている証券のベータの平均によって決まる

説明2 ベータと共分散

$$\begin{aligned} \rightarrow \text{リスクの比率} &= \text{投資割合} \times \frac{\text{共分散の平均}}{\text{ポートフォリオの分散}} \\ &= \text{投資割合} \times \beta \end{aligned}$$

$$\rightarrow \beta_i = \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m}$$

7.5 分散投資と価値の加法性

価値の加法性： $PV(AB) = PV(A) + PV(B)$

→企業の総価値は、個々の部分の総和である。

分散化が理由となって企業の価値が高まることも低くなることもない。

【コメント】

- ◆ 投資先を分散することでリスクが軽減できるのは非常に興味深かった。
- ◆ 一般的には標準偏差と β は比例するが、そうではない企業も存在するとあったが、なぜこのようなことが起こるのか疑問に思った。