

2017年6月14日

第11章 最適ポートフォリオの選択と資本資産評価モデル

担当：イアン

本章の目的は、投資家はいかに効率的ポートフォリオを構築できるかについて説明することにある。ポートフォリオの期待収益率とボラティリティの算出方法を知り、様々な手法を用いた効率的ポートフォリオの構築方法を学ぶ。最後には効率的ポートフォリオを用いて資本コストとリスクプレミアム（CAPM）の計算方法についても書かれている。

11.1 ポートフォリオの期待収益率

- 1) ポートフォリオウェイト：ポートフォリオに占める個々の投資対象がポートフォリオ全体の投資に占める割合。

$$x_i = \frac{\text{投資}i\text{の価値}}{\text{ポートフォリオの総価値}}$$

- 2) ポートフォリオの収益率：ポートフォリオに含まれる個々の投資対象の収益率のポートフォリオウェイトを用いた加重平均。

$$R_p = x_1R_1 + x_2R_2 + \dots + x_nR_n = \sum_i x_i R_i$$

- 3) ポートフォリオの期待収益率：構成する投資対象の期待収益率についてのポートフォリオウェイトを用いた加重平均。

$$E[R_p] = E[\sum_i x_i R_i] = \sum_i E[x_i R_i] = \sum_i x_i E[R_i]$$

11.2 2社の株式で構成されるポートフォリオのボラティリティ

- 1) リスクの結合
 - ポートフォリオに株式を組み入れて分散化することによってリスクが低下する。
 - ポートフォリオを組むことで消滅するリスクの量は、それらの株式が直面する共通リスクの大きさとどの程度株価が連動するかによって決まる。

- 2) 共分散：2つの収益率の平均からのかい離の積の期待値。

$$\text{Cov}(R_i, R_j) = E[(R_i - E[R_i])(R_j - E[R_j])]$$

- 3) 相関：2銘柄の収益率間の関係の強さを数値化するために用いる。

$$\text{Corr}(R_i, R_j) = \frac{\text{Cov}(R_i, R_j)}{\text{SD}(R_i)\text{SD}(R_j)}$$

- 4) ポートフォリオの分散とボラティリティの計算

$$\text{Var}(R_p) = X_1^2 \text{Var}(R_1) + X_2^2 \text{Var}(R_2) + 2x_1x_2 \text{Cov}(R_1, R_2)$$

11.3 組み入れ銘柄数の多いポートフォリオのボラティリティ

ポートフォリオに3銘柄以上の株式を保有することによって、分散化による追加的な利益を得ることができる。

- 1) 組み入れ銘柄数の多いポートフォリオの分散

$$\text{Var}(R_p) = \sum_i \sum_j x_i x_j \text{Cov}(R_i, R_j)$$

- 2) 等ウェイトポートフォリオによる分散化

$$\text{Var}(R_p) = \frac{1}{n} (\text{個々の株式の分散の平均}) + \left(1 - \frac{1}{n}\right) (\text{株式間の共分散の平均})$$

- 3) 一般的なポートフォリオの分散化

$$\text{SD}(R_p) = \sum_i x_i \times \text{SD}(R_i) \times \text{Corr}(R_i, R_p)$$

11.4 リスク 対 収益率：効率的ポートフォリオの選択

- 1) 2銘柄株式からなる効率的ポートフォリオ

- 非効率的ポートフォリオ：期待収益率とボラティリティの両方を改善できるような別のポートフォリオを見つけることができるときの元のポートフォリオ。
- より高い収益率とより低いボラティリティを追求する投資家は、効率的ポートフォリオだけに投資すべき。しかし、投資家は自分の選考に基づいて収益率とリスクを選択するため、効率的ポートフォリオ間では簡単には順序付けできない。

- 2) 相関の影響

- 相関はポートフォリオの期待収益率には何の影響も及ばさない。
- ポートフォリオのボラティリティは相関の大きさによって変わる。

- 3) 空売り：自分が保有していない株式を今日売り、将来その株式を買い戻すことを約束する取引。

- 4) 多くの株式銘柄を含む効率的ポートフォリオ
- 効率的フロンティア：所与のボラティリティのもとでもっとも高い期待収益率を提供するポートフォリオの境界線。
 - 新しい投資機会を追加すると、より大きい分散化が可能となり、効率的フロンティアが改善される。最善なリスクと収益率の機会集合に到達するためには株式を追加し続けるべき。

11.5 無リスクの預金と借入

資金の一部を安全な無リスクの資産に振り向けることでポートフォリオのリスクが減少される。

1) 無リスク証券への投資

- 期待収益率

$$E[R_{xP}] = (1-x)r_f + xE[R_P] = r_f + x(E[R_P] - r_f)$$

- ボラティリティ

$$SD(R_{xP}) = \sqrt{x^2 \text{Var}(R_P)} = xSD(R_P)$$

2) 株式の信用買い：株式に投資するために資金を借り入れること。

3) 接点ポートフォリオの識別

- シャープ比：所与のポートフォリオ P を通る直線の傾き。

$$\text{シャープ比} = \frac{\text{ポートフォリオの釣果収益率}}{\text{ポートフォリオのボラティリティ}} = \frac{E[R_P] - r_f}{SD(R_P)}$$

- この直線がリスクのある投資の効率的フロンティアと接する。この接線を導き出すポートフォリオは接点ポートフォリオと呼ばれる。接点ポートフォリオは効率的ポートフォリオであり、投資家のリスクに対する選考とは独立している。

11.6 効率的ポートフォリオと資本コスト

1) ポートフォリオを改善する方法：ベータと要求収益率

- 株式投資案 i に投資する場合、
 - 期待収益率：超過収益率 $E[R_i] - r_f$ 分だけ増加する。
 - ボラティリティ：リスクの増分は i のボラティリティに P との相関をかけたものによって測られる。
- 期待収益率は要求収益率を上回るならば、i に投資することによってポートフォリオのシ

ベータ比が上昇する。

- 要求収益率 r_i への投資がポートフォリオに貢献するリスクに見合った必要な期待収益率。

$$r_i = r_f + \beta_i^P \times (E[R_p] - r_f)$$

2) 期待収益率と効率的ポートフォリオ

- あるポートフォリオが効率的であるための必要十分条件は、全ての利用可能な証券の期待収益率とその要求収益率に等しくなることである。
- ある証券の期待収益率

$$E[R_i] = r_i \equiv r_f + \beta_i^{eff} \times (E[R_{eff}] - r_f)$$

- この式は、効率的ポートフォリオに対するベータからその投資に対する適切なリスクプレミアムを決定できると主張している。

11.7 資本資産評価モデル

1) CAPM の諸仮定

- 投資家は競争的市場価格で（税や取引コストなしに）全ての証券を売買でき、無リスク利率で貸借できる。
- 投資家は、市場で取引される証券から構成される効率的ポートフォリオ、すなわち、所与のボラティリティの下で最大の期待収益率を得られるポートフォリオのみを保有する。
- 投資家たちは、証券のボラティリティ、相関、期待収益率について、同質的予想を持っている。

2) 供給、需要、そしてポートフォリオの効率性

- 効率的な接点ポートフォリオは、市場ポートフォリオと等しくなる必要がある。

3) 最適な投資：資本市場線

- 接線ポートフォリオが市場ポートフォリオを通るとき、それは資本市場線（CML: Capital Market Line）と呼ばれる。

11.8 リスクプレミアムの決定

ある証券の期待収益率と資本コストは CAPM を用いれば見いだすことができる。

1) 市場リスクとベータ値

- 期待収益率に関する CAPM の公式

$$E[R_i] = r_i = r_f + \beta_i \times (E[R_{Mkt}] - r_f)$$

- 証券のベータは、市場全体に対する市場リスクによるボラティリティとして算出される。

- 2) 証券市場線：全ての証券のリスクプレミアムが市場リスクプレミアムとその証券のベータの積に等しい。
- 3) ポートフォリオのベータ値：ポートフォリオに含まれる証券のベータの加重平均

■ コメンテーターへのクイズ

- 1) 効率的フロンティアとは何か、また、どのように改善できるかについて説明してください。
- 2) 接点ポートフォリオについて説明してください。
- 3) あるポートフォリオが効率的であるための必要十分条件は何か。

■ コメント

- 株式の過去の収益率やボラティリティに関しての分析は将来の予想にどれくらい役立つのかは疑問である。誰にもわからない将来には、過去に起こったことがない出来事が起こるかもしれない。その例としては、バブルの崩壊やリーマンショックが挙げられる。過去のデータを用いた分析はどれくらい役に立つであろうか。
- 分散化の有効性について理解できた。今までは株式などに投資する際に必ず分散化（diversification）したほうが良いと聞いたが、その理屈についてやっと理解できた。
- 多くの銘柄を保有することによって個々の株式のリスクが消滅できる。しかし、そのためには膨大な資金が必要になる。つまり、効率的ポートフォリオを構築できるのは機関投資家や富裕層のみである。そうならば、一般の個人投資家にとって効率的ポートフォリオへのアクセスは、機関投資家が構築したファンドなどに投資するしかないであろう。
- ある投資家はなぜボラティリティの低い投資を好むのかは疑問に思った。一般的に言えば、ボラティリティが高いほど期待収益率が高い。一時的な収益率の下落が起こった場合でも、最終的には株価が上がる傾向にあるので、長期的に言えば収益率が出せるはずである。
- 421p では相関が -1 の2つの株式からなるポートフォリオのリスクはゼロであることについて不思議に感じた。1つの株が x の額で上がった時に、もう1つの株が同じ x の額で下がるので、収益が相殺される。このようなことが実際に存在するかどうか知りたい。
- 422p のショートポジションについては理解できたが、直感的に理解しづらい概念なので、最初はよくわからなかった。利益を出せるためには株価が上がるときしかできないと思っていたが、株価が下がる時でも利益が出せることは興味深かった。また、この手法はヘッジファンドがよく用いる手法であると聞いたこともある。