

第3章 現在価値の計算 (p43~P66)

2013年4月17日

担当：川畑 勇紀

3.1 長期資産の評価

1年後のキャッシュフロー (C_1) を生み出す資産の現在価値 (PV) の求め方

$$\text{現在価値 (PV)} = DF_1 \times C_1 = \frac{C_1}{1+r_1}$$

ここで、 DF_1 は1年後のキャッシュフローの割引ファクター、 r_1 は資金を1年間投資することの機会費用。

➤ 数年間にわたるキャッシュフローの評価

キャッシュフローのA+Bの現在価値は、キャッシュフローのAの現在価値にキャッシュフローのBの現在価値を加えたものに等しい。

$$\begin{aligned} \text{現在価値 (PV)} &= \frac{C_1}{1+r} + \frac{C_2}{(1+r)^2} + \frac{C_3}{(1+r)^3} + \dots \\ &= \sum \frac{C_t}{(1+r)^t} \end{aligned}$$

また、純現在価値 (NPV) を求めるには、当初のキャッシュフローを加える。

$$\text{純現在価値 (NPV)} = C_0 + PV = C_0 + \sum \frac{C_t}{(1+r)^t}$$

➤ マネーマシンについての考察

知っておきたい二つの教訓

- ① : 明日の1ドルは明後日の1ドルより価値が低くなり得ない。つまり、 $(1+r_2)$ は、 $1+r_1$ よりも大きくなくてはならない。
- ② : 「マネーマシン (裁定) は存在しない」。
十分に機能している市場には、裁定機会は存在しない。

3.2 永久債と年金型投資商品

永久債：毎年一定額の利子を永久に払い続ける債権

永久債の年当たりの収益率は、毎年の約定支払額を現在価値で割った値に等しい。

$$\text{収益率} = \frac{\text{キャッシュフロー}}{\text{現在価値}}$$

$$r = \frac{C}{PV}$$

割引率 r と現金の支払い額 C が与えられれば、この式を逆に用いて永久債の現在価値を求められる。

$$\text{永久債の現在価値} = \frac{C}{r}$$

➤ 成長型永久債の求め方

給与の上昇率を g とすると、キャッシュフローの系列の現在価値は次のように書ける。

$$\begin{aligned} \text{現在価値 (PV)} &= \frac{C_1}{1+r} + \frac{C_2}{(1+r)^2} + \frac{C_3}{(1+r)^3} + \dots \\ &= \frac{C_1}{1+r} + \frac{C_1(1+g)}{(1+r)^2} + \frac{C_1(1+g)^2}{(1+r)^3} + \dots \end{aligned}$$

r が g より大きいと仮定して、簡略化すると、

$$\text{成長型永久債の現在価値} = \frac{C_1}{r-g}$$

➤ 年金型投資商品の価値の求め方

年金型投資商品：特定の期間、毎年一定額の支払いが行われる資産

1年目から始まって毎年 C のキャッシュフローを生む永久債の現在価値は、

$$\text{現在価値 (PV)} = \frac{C}{r}$$

$t + 1$ 年目から始まって毎年 C のキャッシュフローをもたらす永久債の現在価値は、 t 年目の現在価値が C / r となるので、

$$\text{現在価値 (PV)} = \frac{C}{r(1+r)^t}$$

これら二つの永久債の差が C のキャッシュフローを t 年間払う年金型投資商品となる。

$$\text{年金型投資商品の現在価値 (PV)} = C \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{r(1+r)^t} \right]$$

3.3 複利と現在価値

複利と単利の区別は重要である。

資産の成長率は、単利の下では一定で、複利の下では加速しているように見えるが、これは目の錯覚である。複利の下では、資産は一定率で成長する。

金融の問題は、ほとんどすべての場面で単利より複利に関わるものである。

➤ 複利計算の期間についての注意点

国によって、利払いを行う期間が異なる場合がある。

一般化すると、年 r パーセントの m 回複利の投資 1 ドルは 1 年後には $[1 + (r/m)]^m$ ドル、それと同等の年複利の投資の利率は $[1 + (r/m)]^m - 1$ となる。

➤ 連続複利

どのくらい頻繁に利払いを行うか、あるいは、どのくらい短い複利の間隔を考えるかについては、何の制約もない。支払いが一年間を通じて均一に分散され、連続的に行われる場合も考えられ、この時の金利が連続金利である。

3.4 名目金利と実質金利

消費者物価指数（CPI）など、物価の一般的な推移を把握するために、いくつかの指標が使われている。

将来の t 期における名目キャッシュフローを実質キャッシュフローに変換する一般的な公式は、

$$\text{実質のキャッシュフロー} = \frac{\text{名目キャッシュフロー}}{(1+\text{インフレ率})^t}$$

ここで、名目利益率は確定値だが、実質収益率は期待値に過ぎないことに注意が必要である。実際の実質収益率は、年末になってインフレ率が分かるまでは計算できない。

コメント

- 現在価値の計算などは、講義でやった内容だったので、理解しやすかった。
- 給与の上昇率 g の計算過程がややこしい。
- 連続複利計算の内容が、本を読んだだけでは理解することが難しい。