

2018年6月13日

第十章 資本市場とリスクのプライシング

担当：鄭

本章の目的は、平均収益率と収益率の変動性の関係を説明し、それによって、さまざまな証券や投資機会を保有する際に投資家が要求するリスクプレミアムを導き出すことである。

10.1 リスクとリターンのあらし

投資家がリスクを嫌うことやリスクを負担するにはリスクプレミアムを要求する。

10.2 リスクと収益率によく用いられる測度

リスクの定義と測定についての標準的な方法を紹介する。

1) 確率分布

将来起こりうる収益率 R のそれぞれに対して確率 P_R を割り当てるものである。

2) 期待収益率

その投資を何回も繰り返すと平均的に得られる収益率であり、起こりうる収益率の加重平均として算出される。

$$\text{期待(平均)収益率} = E[R] = \sum_R P_R \times R$$

3) 分散と標準偏差

分散：平均からのかい離の二乗の平均

標準偏差：分散の平方根

収益率の分布の分散と標準偏差

$$\text{Var}(R) = E[(R - E[R])^2] = \sum_R P_R \times (R - E[R])^2$$

$$\text{SD}(R) = \sqrt{\text{Var}(R)}$$

- 収益率の標準偏差はボラティリティとも呼ばれる。

10.3 株式と債券の過去の収益率

過去の収益率の分布は、投資家が将来時点で予想する収益率の分布を推定する際に役に立つ。

1) 過去の収益率の計算

実現収益率：ある特定の時期に実際に起こった収益率である。

$$R_{t+1} = \frac{Div_{t+1} + P_{t+1}}{P_t} - 1 = \frac{Div_{t+1}}{P_t} + \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t}$$

= 配当利回り+キャピタルゲイン率

2) 実現年次収益率の計算

もしある株式が各四半期末に配当を支払うなら、年次収益率は次のように計算できる

$$1+R_{annual} = (1+R_{Q1})(1+R_{Q2})(1+R_{Q3})(1+R_{Q4})$$

収益率の経験分布：過去のデータを用いて確率分布をプロットする

3) 平均年次収益率

各年の実現収益率の単純平均であり、経験分布の重心である。

$$\bar{R} = \frac{1}{T}(R_1 + R_2 + \dots + R_T) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T R_T$$

4) 収益率の分散とボラティリティ

実現収益率を用いた分散の推定値

$$\text{Var}(R) = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (R_t - \bar{R})^2$$

標準偏差またはボラティリティは分散の平方根として推定される。

5) 推定誤差：将来を予想するための過去の収益率の利用

投資家が同じあるいは類似の投資に対して過去の獲得できると予想した収益率を調べ、彼らが将来も同じ収益率を要求すると仮定する。

この仮定の二つの問題点

- 投資家の過去の予想値は誰にもわからない
 - ⇒ 実現した現実の収益率のみ観察できる

- 平均収益率は推定誤差の影響を受けやすい

⇒ 標準誤差を用いて、推定値の推定誤差を測定する

標準誤差：実現分布の平均推定値の真の値の周りの標準偏差

$$SD(\text{独立で同一のリスクの平均}) = \frac{SD(\text{個別リスク})}{\sqrt{\text{観察数}}}$$

95 パーセント信頼区間=過去の平均収益率± (2×標準誤差)

期待収益率の推定の限界

相対的に大きい推定誤差があるため、過去に投資家が稼いだ平均収益率は、証券の期待収益率の信頼できる推定値ではない。

10.4 リスクと収益率の過去のトレードオフ

ボラティリティと平均収益率の過去の関係を数量化する。

- 1) 多数銘柄から構成されるポートフォリオの収益率

超過収益率：無リスク投資からの平均的収益率との差である

• リスクのより高い投資は、投資家が負担する追加的なリスクに対する補償として、投資家により高い平均収益率を提供しなければならない。

- 2) 個別株式の収益率

- 規模とリスクとの間に関係がある

⇒ 大型株は全体的により低いボラティリティをもつ

⇒ 個別の大型株は、大型株のポートフォリオより変動性が大きい

- ボラティリティと収益率には明確な関係がない

⇒ もっとも規模が小さい株式群の多くは他の株式より高ボラティリティで低収益率である。

10.5 共通リスク対個別リスク

- 1) 盗難保険対地震保険：一つの例

リスクのタイプ

- 共通リスク：完全に相関しているリスク

- 独立リスク：相関をもたないリスク

分散化：大きいなポートフォリオにおける独立リスクを平均することである

2) 分散化の役割

リスクを減らすために用いられる。

10.6 株式ポートフォリオにおける分散化

独立リスクは大きなポートフォリオでは分散化される。それに対して、共通リスクは分散化されない。

1) 個別企業の個別リスク対システムティックリスク

株式の収益率の変動は 2 種類ある

- 企業に固有なニュースによって生じる変動
(独立リスク、分散可能リスク)
- 市場全体のニュースによって生じる変動
(共通リスク、システムティックリスク、分散不能リスク、市場リスク)

2) 無裁定とリスクプレミアム

- 原理①
分散可能リスクのリスクプレミアムはゼロであり、投資家が企業固有のリスクを保有しても、それに対する補償はされない。
- 原理②
ある証券のリスクプレミアムはそのシステムティックリスクによって決定され、分散可能リスクでは決まらない。

10.7 システムティックリスクの測定

リスクプレミアムを決定するためには、まず初めに投資のシステムティックリスクを測定する必要がある。

1) システムティックリスクの識別

効率的ポートフォリオ：価格変化が経済におけるシステムティックなショックに対応しているポートフォリオである

市場（マーケット）ポートフォリオ：市場における全ての株式や証券の全てを含むポートフォリオである。

2) システムティックリスクに対する感度：ベータ（値）

証券のベータ(β)（値）：市場ポートフォリオの超過収益率の 1 パーセント変化に対する、その証券の超過収益率の期待変化率である。

- ベータ値の解釈
景気敏感業種⇒ベータ値は1を上回る
景気に対して敏感ではない業種⇒ベータ値は1より小さい

10.8 ベータと資本コストとの関連性

1) リスクプレミアムの推定

$$\text{市場リスクプレミアム} = E[R_{Mkt}] - r_f$$

2) 資本資産評価モデル(CAPM)

資本コストを推定するためのもっとも重要なモデルである。

$$\begin{aligned} r_i &= \text{無リスク利子率} + \beta_i \times \text{市場のリスクプレミアム} \\ &= r_f + \beta_i \times (E[R_{Mkt}] - r_f) \end{aligned}$$

■コメンテーターへのクイズ

- 1) 将来を予想するための過去の収益率の利用についての二つの問題を説明してください。
- 2) 共通リスクと独立リスクの違いは何か。
- 3) ある証券のリスクプレミアムがそのシステムティックリスクのみによって決定される理由を説明してください。

■コメント

• p358 投資家が様々な証券に対して予想する確率分布がわからないので、期待収益率とボラティリティを計算するためには、過去の収益率を用いて計算する。しかし、p366 過去の収益率から推定する将来の収益率は信頼できないと書いてある。そうだったら、ベーターで投資の資本コストを推定する式にある市場ポートフォリオの期待収益率はどのように計算すればいいのか。

• p371 ボラティリティは大きなポートフォリオを評価する際にはリスクの妥当な測度になりそうであるとして書いてある。つまり、大きいポートフォリオの将来の収益率を推定する時に、過去の収益率を利用してもいいということなのか。

• p386 市場ポートフォリオは経済におけるシステムティックなショックに対応するポートフォリオの一つである。市場ポートフォリオに近いポートフォリオを持つのは資金がたくさんある投資家のみだと思う。だから、リスクが分散できるのは資金がたくさん持っている投資家に限られるのではないのか。

• p393 ベータ値が負の株式は不況時にはパフォーマンスが良くなる傾向があると書いてある。つまり、その株式は景気と逆の動きをする。そのような株式が存在しているのかを知りたい。