

2019年4月24日

## 第3章 債券の評価 (77p~124p)

担当：片岡

本章の目的：債券の価値評価の知識を習得するとともに、金利の仕組みを理解すること。  
債券の発行者…企業、地方公共団体、国

### 3.1 現在価値評価の公式で債券を評価する

債券の所有者には一連の確定額の現金を受け取る権利がある。満期となるまで毎年、定期的な利子の受け取りがある。満期には、最後の利払いを受け取ると同時に債券の元本 (principal) という債券の額面金額 (face value) も受け取る。

#### ➤ 国際の評価を行うためのパリへのショートトリップ

- フランス政府の債券 OAT (Obligations Assimilables du Tresor) を 2008 年 12 月に 2012 年 12 月満期で金利 8.5%、額面 100 ユーロ購入するとする。

$$0.085 \times 100 = 8.50 \text{ ユーロの利払い} = \text{債券のクーポン (coupon、表面利率)}$$

- これらの支払いの現在価値を求める。フランス政府が発行する他の中期債の収益率は約 3.0%であったので、

$$\text{現在価値(PV)} = \frac{8.50}{1.03} + \frac{8.50}{1.03^2} + \frac{8.50}{1.03^3} + \frac{108.50}{1.03^4} = 120.44 \text{ ユーロ}$$

- この OAT は 2 つの投資パッケージとなっている。そのため、クーポン部分の評価には年金型投資商品の公式を使い、最後の支払いの現在価値を加えればよい。

$$\begin{aligned} \text{PV (債券)} &= \text{PV (クーポン支払いという年金型投資商品)} + \text{PV (元本の最終支払い)} \\ &= (\text{クーポン} \times 4 \text{ 年の年金原価率}) + (\text{最終支払い} + \text{割引きファクター}) \end{aligned}$$

$$= 8.50 \times \left[ \frac{1}{0.03} - \frac{1}{0.03(1.03)^4} \right] + \frac{100}{(1.03)^4}$$

$$= 31.59 + 88.85 = 120.44 \text{ ユーロ}$$

- OAT の価格が 120.44%だとすると、金利はいくらになるか。  
債券の最終利回り (yield to maturity) を  $y$  として、以下の等式を立てる。

$$120.44 = \frac{8.50}{1+y} + \frac{8.50}{(1+y)^2} + \frac{8.50}{(1+y)^3} + \frac{108.50}{(1+y)^4}$$

最終利回りは、残存期間が短くなるにつれて減少していく債券価値部分とクーポン支払いによる収益部分を合わせたものになる。

#### ➤ 米国に戻る：半年ごとのクーポン支払いと債券価格

- 財務省が発行する米国債券…  
短期債 = 財務省証券 (Treasury bill)、長期債、中期債 (ノート)

これらは、確定利付き債の市場（fixed-income market）で取引されている。

- 米国債は額面が 1,000 ドルでクーポンは半年ごとに支払われ、表示された利回りは半年複利である。

### 3.2 金利の変化に伴う債券価格の変化

- 金利が高くなれば債券価値高くなる。つまり、債券価格と金利は必ず反対の方向に動く。債券の金利の尺度である最終利回りは、割引率として定義されている。
- 長期債の価格は、短期債の価格より金利変動からより大きな影響を受ける。

#### ▶ デュレーションとボラティリティ

- デュレーションは、債券がもたらす現金支払いを受け取るまでの期間を加重平均した値である。金利変動に対する債券価格のエクスポージャーを測る指標である。

$$\text{デュレーション} = \frac{1 \times PV(C_1)}{PV} + \frac{2 \times PV(C_2)}{PV} + \frac{3 \times PV(C_3)}{PV} + \dots + \frac{T \times PV(C_T)}{PV}$$

- 金利の変化に伴い債券価格がどのように変化するかを測るためには、最終利回りに 1 を加えた数でデュレーションを割った調整デュレーションまたはボラティリティを用いるのが最適である。

$$\text{調整デュレーション} = \text{ボラティリティ} (\%) = \frac{\text{デュレーション}}{1 + \text{利回り}}$$

### 3.3 金利の期間構造

- 短期と長期の金利の関係は、金利の期間構造（term structure of interest rates）と呼ばれる。
- 1 年後に 1 ドルを支払う融資を考える。この融資の現在価値は、1 年物の金利  $r_1$  によりキャッシュフローを割り引いて求める。この  $r_1$  はスポット金利（スポットレート、spot rate）と呼ばれる。

$$PV = 1 / (1 + r_1)$$

- 2 年後に 1 ドル払う融資の現在価値は、2 年のスポットレート  $r_2$  で割り引いて求める

$$PV = 1 / (1 + r_2)^2$$

- 1 年目と 2 年目の終わりに支払われる 1 ドルを評価する。  $r_1$  は 3%、  $r_2$  は 4% とすると

$$PV = \frac{1}{1.03} + \frac{1}{1.04^2} = 1.895$$

これを用いて、最終利回りを計算することができる。

$$PV = 1.895 = \frac{1}{(1+y)} + \frac{1}{(1+y)^2}$$

$$y = 3.66\%$$

➤ スポット金利と債券価格、一物一価の法則

- 一物一価の法則によれば、うまく機能している市場では、同じ商品は同じ価格で売られなければならない。そのため、すべての安全な現金の支払いは、時点が同じであれば同じスポット金利で割り引かれなければならない。

➤ 期間構造の計測

- スポット金利 $r_t$ は、時点  $t$  においてただ 1 回の支払いを行う債券の金利と考えることができる。これは、ストリップ債 (stripped bonds) またはストリップス (strips) と呼ばれる。

### 3.4 期間構造の説明

- 長期金利の方が高く、短期金利が低い場合において、なぜ後者を保有するのだろうか。
- 金利が低いにもかかわらず、短期債を保有する理由として以下の三点が考えられる。
  1. 短期金利が将来もっと高くなると考えている。
  2. 長期債が金利変動により大きく影響を受けることを懸念している。
  3. インフレ率が将来もっと高くなるリスクを懸念している。

➤ 期間構造に関する期待理論

- 期待理論によれば、均衡では満期の低い債券に連続して行う投資は、満期が長い一つの債券への投資と同じ期待収益率をもたらさなければならない。
- 期間構造が右上がりになる理由は投資家が短期金利の上昇を期待しているからであり、右下がりの期間構造となる理由は、投資家が短期金利の下落を期待しているからである。

➤ リスクを導入する

- 期待理論は「リスク」を取り込めていない。
- デュレーションの長い債券の価格は、デュレーションの短い債券の価格より変動が大きい。金利が急上昇すれば、長期債の価格は 30% も下落することがあり得る。

➤ インフレーションと期間構造

- 将来のインフレの確信度合いによって、債券の投資戦略は変化する。
- 短期債に投資し、この投資をロールオーバーしていくことによってインフレのリスクに対するエクスポージャーを減らすことができる。
- インフレが特に不確実な場合には、右上がりの傾きの大きい期間構造となることが多い。

### 3.5 実質金利と名目金利

本資料は大阪市立大学商学部宮川研究室におけるゼミ用教材を目的に作成したものです。本資料には事実ではなく仮説として設定された内容も含まれています。これ以外の目的で使用することは固くお断りします。

- インフレーションにより購買力は変化する。
- 将来の  $t$  期における名目キャッシュフローを現時点での実質キャッシュフローに変換する公式は、

$$\text{時点 } t \text{ での実質キャッシュフロー} = \frac{\text{時点 } t \text{ での名目キャッシュフロー}}{(1 + \text{インフレ率})^t}$$

- 実質の収益率を計算する公式は、

$$1 + r_{\text{実質}} = (1 + r_{\text{名目}}) / (1 + \text{インフレ率})$$

#### ▶ インデックス債と実質金利

- 多くの債券は、米国債と同様に、固定額の名目の金利を約束している。受け取ることになる実質金利は不確定であり、インフレに依存する。
- 支払額がインフレに連動しているインデックス債を購入すれば、実質の収益を確定することもできる。

インデックス債＝TIPS (Treasury Inflation-Protected Securities; 財務省インフレ連動証券)

- TIPS の実質のキャッシュフローは固定されているが、名目のキャッシュフロー（利子と元本）は消費者物価指数（CPI）の上昇に伴い増大する。

#### ▶ 何が実質金利を決めるのか

- 実質金利は、人々の貯蓄意欲（資本の供給）と政府や企業が行う生産的な投資機会（資本に対する需要）によって決まる。
- したがって、実質金利の水準は経済全体の貯蓄と投資のバランスに依存する。

#### ▶ インフレーションと名目金利

- 期待インフレ率の変化は名目金利に同じ割合の変化を引き起こし、求められる実質金利には何の影響も及ぼさない。（アービング・フィッシャーの理論）
- 名目金利と期待インフレ率を関連づける公式は、

$$1 + r_{\text{名目}} = (1 + r_{\text{実質}})(1 + i)$$

$r_{\text{実質}}$  は消費者が求める実質金利で、 $i$  は期待インフレ率である。

### 3.6 社債とデフォルトのリスク

- 企業に資金を貸した場合、債券の返済を受けられなくなるというデフォルトリスクが存在する。
- 債券は格付けされており、質の高い方から順に Aaa 債、Aa 債、A 債、Baa 債などとなる。

【コメント】

- ◆ 最終利回りを計算する唯一の方法は試行錯誤だとあるが、本当か。(81p)
- ◆ 満期になると元本は戻ってくるのに、デュレーションを求めるのはなぜか。デュレーションの理解が難しい。(88p)
- ◆ 表 3.3、3.4 の理解が難しい。(90p)
- ◆ 期待理論が右下がりや右上がりになる仕組みが理解できなかった。
- ◆ インデックス債が知られるきっかけとなった TIPS 何が良いのか。(106p)
- ◆ 多くの重要単語が出てきたため、意味を理解しつつ読み進めていくことが大変だった。